

适于 PCT 编码的低内存离散小波变换

张雄明¹, 卢焕章¹, 成礼智²

(1. 国防科技大学 ATR 重点实验室, 湖南长沙 410073; 2. 国防科技大学数学与系统科学系, 湖南长沙 410073)

摘要: 基于常用的双正交对称 DWT 滤波器组的紧支撑性给出了一种适于基于 PCT(Parent Children Tree) 的图像编码的低内存 DWT 实现方法—Stripe Based DWT(SBWT). 该方法生成与全局 DWT 相同的子带系数, 且内存需求仅依赖于图像宽度、DWT 滤波器组及分解层数. SBWT 直接生成 PCT, 基于 PCT 的图像编码器与 SBWT 之间无需中间缓存. 当采用 CDF 9/7 小波及 5 层分解时, 相对于 LBWT 及 Memory constrained WT, SBWT 的系统时延减小了 31 行, 内存需求分别减小了 18.4% 与 17.9%.

关键词: 局部小波变换; 低内存实现; 父子树编码

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2008)06-1218-04

Low Memory Discrete Wavelet Transform for PCT Based Image Coding

ZHANG Xiong ming¹, LU Huan zhang¹, CHENG Li zhi²

(1. ATR Key Lab, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China;

2. Department of Mathematics and System Science, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: Based on the compact support property of popular DWT filters, a low memory implementation of DWT called the Stripe Based DWT (SBWT) is proposed, which produces the same subband coefficients as the global implementation of DWT. Additionally, the production of subband coefficients lends itself to PCT based image coders in that no intermediate buffering is needed between the SBWT and the coders. When coupled with PCT-based image coders and 5 level decomposition with the CDF 9/7 filter bank, the overall memory reductions are 18.4% and 17.9% compared with the line based DWT (LBWT) and the memory constrained WT, respectively.

Key words: local wavelet transform; low memory implementation; parent children tree

1 引言

由于 DWT(Discrete Wavelet Transform)具有良好的去相关性及多分辨率等优点,近年来基于 DWT 的图像压缩已成为研究热点^[1-6,8,10]. 结合特定的编解码器,压缩码流可以具有分辨率/保真度可调性、精确的码率控制等特性^[3]. 基于成本的考虑,消费类电子产品所用芯片的计算能力、片上内存很有限,仅能在其上实现低复杂度、低内存消耗的图像压缩算法. 当前,大多数压缩算法在对图像进行 DWT 时需缓存整幅图像;这使得在低端平台上很难实现基于 DWT 的图像压缩. DWT 的高内存消耗已成为阻碍基于 DWT 的图像压缩得到广泛应用的瓶颈之一^[4]. 基于提升结构(Lifting Scheme)^[7]并利用常用的双正交对称 DWT 滤波器组的紧支撑性,本文给出了一种 DWT 低内存实现技术—SBWT. 该技术的内存需求与信号长度无关. 相对于 LBWT(Line Based DWT)^[4],

SBWT 具有更小的时延且输出单元为基于 DWT 的图像压缩中应用广泛的数据结构—PCT(Parent-Children Tree)^[8]. 当结合基于 PCT 的图像编码使用时,SBWT 与编码器之间无需中间缓存.

假设 SBWT 以 1 样本/单位时间的恒定速率接收数据. 为了描述样本序列 $x[n]$ 与子带系数之间的时序关系,本文引入了时间索引 t 的概念, t 为非负整数且在 $t = n$ 时, SBWT 接收到样本点 n , 但尚未接收到样本点 $n + 1$ (样本点索引从 0 开始). 下文中, N, L 分别表示 DWT 分解层数及样本点数目,假设 L 足够大且能被 2^N 整除; $y_0^{(k)}[n], y_1^{(k)}[n]$ 分别表示第 k 个变换层产生的低、高频子带序列,其中 $k = 0, \dots, N - 1$.

2 DWT 的 PCT 结构及系统时延

PCT 结构是与特定图像区域相关的子带系数组成的集合. 该结构在基于 DWT 的图像编码中应用非常广泛^[8]. PCT 最初由 Shapiro^[1] 提出,并且随着 SPIHT(Set

收稿日期: 2007-05-21; 修回日期: 2008-01-12

基金项目: 国家自然科学基金(No. 6057, 3027); 国家高技术研究发展计划(863 计划)(No. 2007AA801305); 武器装备预研基金(No. 9140C800301070C80)

Partitioning in Hierarchical Tree) 算法^[2]的出现而得到普及. 本文给出的 SBWT 直接生成 PCT 结构, 可用来降低基于 PCT 的图像编码算法的内存需求. 对于宽度为 W 的图像, SBWT 生成大小为 $2^N W$ 的 PCT, 且该 PCT 对应于原图像中 2^N 个连续的图像行组成的图像带. 本文中, 变换引擎的系统时延定义为从其开始接收样本数据到生成第 1 个 PCT 的时间索引之差.

考虑图像编码中常用的双正交对称 DWT 滤波器组. 不失一般性, 假设其低、高频滤波器 $H_0(z), H_1(z)$ 的长度分别为 $2S + 1, 2S - 1$. 进行“延迟归一化”^[3,9]后, $H_0(z), H_1(z)$ 的支撑区间分别为 $[-S, S], [-S, S - 2]$. 为了减小边界效应及保证对有限长信号进行 DWT 的完全重构性, 在样本序列 $x[n]$ 两端采取全点对称 (Whole Sample Symmetric) 延拓^[3], 延拓后的序列记为 \tilde{x} . 在 t 时刻, 在 x 左边缘进行该延拓可得数据集 $E(t) =$

$\{\tilde{x}[k] | -t \leq k \leq t\}$. 此时, 为了得到子带系数 $y_0[0], y_1[0]$, 必有 $E(t) \supseteq [-S, S] \cup [2 - S, S]$. 也即 $t \geq S$, 故单层 DWT 的系统时延为 S . 进一步地, 从 $t = S$ 到 $t = L - 1 + S$, 当 t 为偶数时, 系统产生一对低、高频子带系数; 当 t 为奇数时, 无子带系数产生. 基于提升结构, 单层 DWT 的滤波缓存大小为^[3]:

$$\text{size}(F_{\text{buf}}) = S + 1 \quad (1)$$

图 1 以 CDF 9/7 小波(对应参数 $S = 4$) 为例给出了单层 DWT 的提升结构实现示意图, 其中箭头表示数据的依赖关系. 图 1 中, 左图为长度 $L = 8$ 的样本序列的基于提升结构的 DWT 计算示意图, 其中竖直箭头上方的加权系数为 1 且对 $x[0], x[L - 1]$ 的两次提升采用双倍系数与 WSS 延拓等价; 右图为在 $t = 6$ 时, 滤波缓存 F_{buf} 的元素分布及计算示意图, 此时 F_{buf} 所包含的元素位于椭圆形虚线框内.

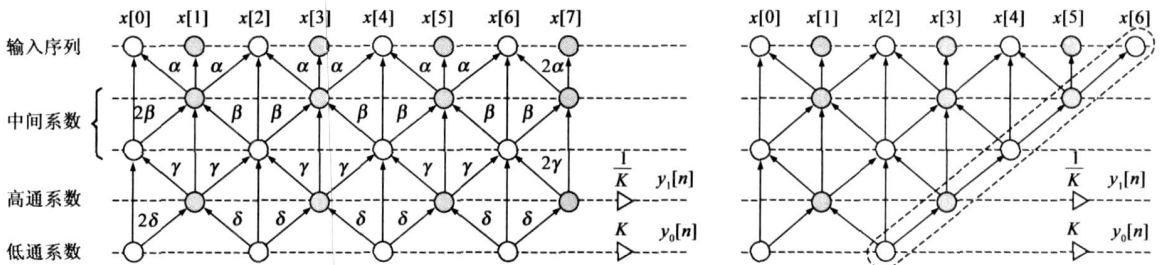


图 1 CDF 9/7 小波提升结构示意图

3 SBWT 算法描述

按功能分, SBWT 使用了 3 类 FIFO (First-In First-Out) 缓存: (1) 滤波缓存 $F_{\text{buf}}^{(k)}, k = 0, \dots, N - 1$; (2) 同步缓存 $\text{buf}^{(k)}, k = 0, \dots, N - 1$; (3) DC (直流) 缓存 $\text{buf}^{(N)}$. 变换层 k 使用 $F_{\text{buf}}^{(k)}$ 接收变换层 $k - 1$ 传入的低频系数, 使用提升结构对其进行滤波并将生成的中间低频系数传入变换层 $k + 1$. $\text{buf}^{(k)}$ 接收变换层 k 生成的高频子带系数, $\text{buf}^{(N)}$ 则接收 DC 系数. 图 2 为 2 层 SBWT 的缓存分布示意图, 其中每个虚线框对应于一个变换层, P 为通过提升结构实现滤波的组件. 用 t_k 表示变换层 k 接收其第 1 个数据时的时间索引, 则 t_k 也是变换层 $k - 1$ 输出其第 1 个子带系数的时间索引. 由第 2 节中论述可知 $t_0 = 0, t_1 - t_0 = S$. 考虑到每个变换层都使用了以 2 为因子的下采样, 一般地, 有 $t_{k+1} - t_k = 2^k S$, 于是 $t_k = (2^k - 1)S, 0 \leq k \leq N$.

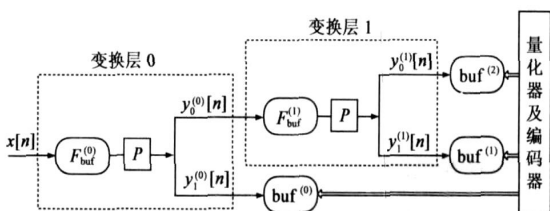


图 2 分解层数 $N=2$ 时 SBWT 示意图

3.1 时间索引与子带系数之间的关系

在 SBWT 中, 时间索引 t 与子带系数间的关系可归纳为定理 1. 对于给定的时间索引 t , 可通过该定理确定其对应的子带系数. 定理 1 可通过分析变换层之间的数据流予以证明.

定理 1 对于时间索引 t , 当且仅当 t 可以写成 $(2^{k+1} - 1)S + m2^{k+1}$, 其中 $0 \leq k \leq N$ 且 m 为非负整数时, 变换层 k 在 t 时刻生成一对低、高频子带系数 $y_0^{(k)}[m], y_1^{(k)}[m]$; 进一步地, 如果此时 $k \neq N - 1$, 则变换层 k 也将中间系数 $y_0^{(k)}[m]$ 传入变换层 $k + 1$.

将 $t = (2^{k+1} - 1)S + m2^{k+1}$ 写成 $(2^{r+1} - 1)S + 2^{r+1}[(2^{k-r} - 1)S + m2^{k-r}]$. 由定理 1 知, 在 t 时刻分别产生了变换层 $r = 0, \dots, k$ 的子带系数 $y_0^{(r)}[(2^{k-r} - 1)S + m2^{k-r}], y_1^{(r)}[(2^{k-r} - 1)S + m2^{k-r}]$; 其中低频子带系数被传到下一变换层, 高频子带系数被传输到同步缓存 $\text{buf}^{(r)}$ 中. 进一步地, 如果在 t 时刻没有生成变换层 $k + 1$ 的子带系数, 则称时间索引 t 对应的样本点终结于变换层 k . 当 $t \geq t_N = (2^N - 1)S$ 时, 定理 1 可简化为推论 1. 当 $t \geq t_N$ 时, 该推论可用于快速辨识终结时间索引 t 的变换层.

推论 1 当 $t \geq t_N$ 时, 下述结论成立: (1) 当且仅当 $t + S \equiv 0 \pmod{2^{k+1}}, t + S \not\equiv 0 \pmod{2^{k+2}}$ 且 $0 \leq k \leq N - 2$

时,时间索引 t 对应的样本点终结于变换层 k ; (2) 当且仅当 $t + S \equiv 0 \pmod{2^N}$ 时,时间索引 t 对应的样本点终结于变换层 $N - 1$.

3.2 缓存分析

SBWT 在 $t = t_N = (2^N - 1)S$ 时生成第 1 个 DC 系数. 从 $t = 0$ 到 $t = t_N$, 变换层 k 产生的高频子带系数被传送到同步缓存 $\text{buf}^{(k)}$ 中. 由定理 1 知, 这些系数对应的时间索引 t 可以写成 $(2^{k+1} - 1)S + m2^{k+1}$ 且 $t \in [0, t_N]$. 该条件可简化为 $0 \leq m \leq (2^{N-k} - 1)S$, 因此变换层 k 对应的同步缓存 $\text{buf}^{(k)}$ 的大小为

$$\text{size}(\text{buf}^{(k)}) = (2^{N-k} - 1)S + 1, 0 \leq k \leq N - 1 \quad (2)$$

记 $T_n = (2^N - 1)S + n2^N$. 由定理 1 可知, 在 $t = T_n$ 之前, 对应于变换层 k 产生高频子带系数的时间索引可以写成 $(2^{k+1} - 1)S + m2^{k+1}$ 且满足 $(2^{k+1} - 1)S + m2^{k+1} \leq T_n$. 该不等式等价于 $m \leq u_k$, 其中 $u_k = (2^{N-k} - 1)S + n2^{N-k-1}$. 考虑到 FIFO 缓存 $\text{buf}^{(k)}$ 总是保存变换层 k 最新生成的 $\text{size}(\text{buf}^{(k)})$ 个高频子带系数, 因此在 $t = T_n$ 时, 高频子带系数 $y_1^{(k)}[m_k]$ 位于 $\text{buf}^{(k)}$ 的头部, 其中

$$m_k = u_k - \text{size}(\text{buf}^{(k)}) + 1 = n2^{N-k-1} \quad (3)$$

另一方面, 可以验证当 $0 \leq k \leq N - 1, S \geq 1$ 时, $\text{size}(\text{buf}^{(k)}) \geq 2^{N-k-1}$. 据此, 并利用式(3), 可以证明下述关于 SBWT 生成 PCT 的定理.

定理 2 从 $t = (2^N - 1)S$ 起, SBWT 每接收 2^N 个样本, 就生成一个的 PCT, 且构成该 PCT 的数据位于缓存 $\text{buf}^{(k)}, k = 0, \dots, N$ 的头部; 也即在 $t = T_n = (2^N - 1)S + n2^N$ 时, SBWT 生成索引为 n 的 PCT.

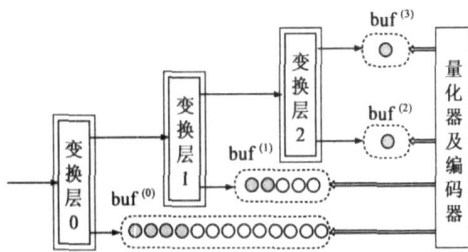


图 3 以 CDF 9/7 DWT 滤波器组, 3 层分解为例, SBWT 在 $t = T_0 = 28$ 时缓存示意图. 同步缓存及 DC 缓存用椭圆形虚线框表示. 假设索引较小的子带系数位于缓存的左边

图 3 为 $N = 3, S = 4$ 时 SBWT 的 PCT 产生示意图, 其中构成 PCT 的系数用实心圆表示. 如图 3 所示, 在 $t = T_0 = 28$ 时, SBWT 生成了一个具有 8 个子带系数的 PCT, 其中 DC 系数 1 个, 变换层 k 的高频子带系数 2^{2-k} 个, $k = 0, 1, 2$. 一般地, 当 $t = T_n = 28 + 8n$ 时, 图 3 对应的 SBWT 产生索引为 n 的 PCT.

SBWT 在时间索引闭区间 $[0, t_N]$ 中只产生一个 DC 系数, 故 $\text{size}(\text{buf}^{(N)}) = 1$. 再结合式(1), (2) 知 1 维 N 层

SBWT 所需的缓存总量为:

$$B_{\text{Total}}^{(1D)} = \sum_{k=0}^N \text{size}(\text{buf}^{(k)}) + \sum_{k=0}^{N-1} \text{size}(F_{\text{buf}}^{(k)}) = (2^N - 1)S + 2N + 1 \quad (4)$$

3.3 二维 SBWT

假设 SBWT 每单位时间接收 1 个宽为 W 的图像行且 W 能被 2^N 整除. 此时变换层 k 产生的高频系数属于 3 个子带, 且每个子带对应一个包含 $\text{size}(\text{buf}^{(k)})$ 行行宽为 $2^{-(k+1)}W$ 的同步缓存. 变换层 k 接收到系数行后, 先对其进行单层 DWT 分解. 当接收到 $S + 1$ 行系数后, 变换层 k 开始进行列变换; 最低频系数行被传送到下一层, 其余 3 行高频系数被传送到相应的同步缓存. 据此可计算出 2 维 SBWT 的同步缓存总量为:

$$B_{\text{Synch}}^{(2D)} = \sum_{k=0}^{N-1} 3 \times 2^{-(k+1)}W \times \text{size}(\text{buf}^{(k)}) = [(2^N + 2^{1-N} - 3)S + 3(1 - 2^{-N})]W$$

类似地, 变换层 k 的滤波缓存为 $S + 1$ 行宽度为 $2^{-k}W$ 的系数行, 故滤波缓存总量为:

$$B_{\text{Filtering}}^{(2D)} = \sum_{k=0}^{N-1} 2^{-k}W(S + 1) = 2(S + 1)(1 - 2^{-N})W \quad (5)$$

再考虑到 DC 缓存只需存储 1 行宽度为 $2^{-N}W$ 的 DC 系数行, 可知 2 维 N 层 SBWT 所需的缓存总量为:

$$B_{\text{Total}}^{(2D)} = B_{\text{Synch}}^{(2D)} + B_{\text{Filtering}}^{(2D)} + 2^{-N}W = [(2^N - 1)S + 5 - 4 \times 2^{-N}]W \quad (6)$$

4 DWT 低内存实现方法比较

本节将从缓存总量、系统时延 2 个方面将 SBWT 与 2 种常用的 DWT 低内存实现方法—LBWT^[4] 及 Memory-constrained WT^[6] 进行比较. 为了公平起见, 本文中 3 种方法的均采用提升结构实现.

SBWT 在 $t = (2^N - 1)S$ 时生成第 1 个 PCT, 而 LBWT 在 $t = (2^N - 1)S + 2^N - 1$ 时输出第 1 个 PCT. 相对于 LBWT, SBWT 的系统时延减小了 $2^N - 1$ 且构成 PCT 的系数位于各缓存的头部, 因此便于 PCT 的访问. 对于 LBWT, 来自不同子带的系数是叠混在一起的^[4]. 当与基于 PCT 的编码结合使用时, SBWT 与编码器之间无需中间缓存: 编码器可以在 $t = T_n$ 时直接访问各缓存并编码位于其中的 PCT. LBWT 与 PCT 编码器之间必须添加一个大小为 2^N (对图像而言, 则大小为 $2^N W$) 的中间缓存; 该缓存用于从叠混输出的子带系数中提取 PCT. 例如, 文献[10]就采用了中间缓存以提取 LBWT 生成的 PCT. Memory-constrained WT 通过在相邻的变换层之间共享 1 个滤波缓存的存储单元而对 LBWT 进行了改进. 相对于 LBWT, 该方法的缓存总量下降了 $N - 1$. Memory-constrained WT 具有与 LBWT 类似的缺点: (1) 不同子带的系数是叠混在一起输出的; (2) 对于基于 PCT 的编码,

变换引擎与编码器之间必须引入一个大小为 2^N 的用以提取 PCT 的中间缓存。

对于第 2 节中讨论的高、低频滤波器的长度分别为 $2S+1$, $2S-1$ 的双正交对称 DWT 滤波器组, 表 1 及表 2 分别列出在 1 维及 2 维情景下基于 PCT 的编码方法的缓存总量及系统时延; 其中, 方法 1, 方法 2, 方法 3 分别表示 SBWT, LBWT 及 Memory-constrained WT. 由表 1 可知, 在 1 维情景下, 相对于方法 2 及方法 3, SBWT 的缓存总量分别减小了 $2^N - N - 1$ 与 $2^N - 2N$. 由表 2 可知, 在 2 维情景下, SBWT 相对于方法 2 及方法 3 缓存总量分别减小了 $(2^N + 2^{1-N} - 3)W$, $(2^N + 2^{2-N} - 4)W$. 对于图像/视频压缩中常用 CDF 9/7 小波及典型的分解层数 $N=5$, 在 2 维情景下 SBWT 相对于方法 2 及方法 3 内存消耗分别减小了 18.4% 及 17.9%.

表 1 一维情况下不同低内存 DWT 内存需求及其 PCT 生成时延比较表

方法	基于 PCT 编码缓存	系统时延(样本)
1	$(2^N - 1)S + 2N + 1$	$(2^N - 1)S$
2	$(2^N - 1)S + N + 2^N$	$(2^N - 1)(S + 1)$
3	$(2^N - 1)S + 1 + 2^N$	$(2^N - 1)(S + 1)$

表 2 二维情况下不同低内存 DWT 内存需求及其 PCT 生成时延比较表

方法	基于 PCT 编码缓存	系统时延(行)
1	$[(2^N - 1)S + 5 - 4 \times 2^{-N}]W$	$(2^N - 1)S$
2	$[(2^N - 1)S + 2 - 2 \times 2^{-N} + 2^N]W$	$(2^N - 1)(S + 1)$
3	$[(2^N - 1)S + 1 + 2^N]W$	$(2^N - 1)(S + 1)$

5 结论

基于提升结构并利用常用的双正交对称 DWT 滤波器组的紧支撑性给出了一种基于图像带的低内存的 DWT 实现方法—SBWT. 该方法的数据输出单元为 PCT, 可直接应用于基于 PCT 的图像或视频编码中, 且其内存需求只与图像宽度、DWT 滤波器组及分解层数有关, 而与图像的高度无关, 因此适合于图像的实时压缩. 对于如 CDF 9/7 小波及分解层为 5 的典型设置, 相对于 LBWT 或 Memory-constrained WT, SBWT 的系统时延减小了 31 行, 内存消耗分别减小了 18.4% 与 17.9%.

参考文献:

[1] J M Shapiro. Embedded image coding using zerotree of wavelet coefficients[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1993, 41(12): 3445- 3462.

- [2] A Said, W A Pearlman. A new, fast, and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees[J]. IEEE Trans Circuits Syst Video Technol, 1996, 6(3): 243- 250.
- [3] D S Taulman, M Marcellin. JPEG2000: Image Compression Fundamentals, Standards and Practice[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [4] C Chrysafigis, A Ortega. Line based, reduced memory, wavelet image compression[J]. IEEE Trans Image Processing, 2000, 9(3): 378- 389.
- [5] G Xie, H Shen. Highly scalable, low complexity image coding using zeroblocks of wavelet coefficients[J]. IEEE Trans Circuits Syst Video Technol, 2005 15(6): 762- 770.
- [6] J Xu, Z Xiong, S Li, Y-Q Zhang. Memory constrained 3-D wavelet transform for video coding without boundary effects [J]. IEEE Trans Circuits Syst Video Technol, 2002, 12(9): 812- 818.
- [7] I Daubechies, W Sweldens. Factoring wavelet transforms into lifting steps[J]. J Fourier Anal Appl, 1998, 4(3): 245- 267.
- [8] Y Andreopoulos et al. A wavelet tree image coding system with efficient memory utilization[A]. Proc IEEE Int Conf ASSP (vol. 3)[C]. Salt Lake: IEEE, 2001. 1709- 1712.
- [9] C M Brislawn, B. Wohlberg. The polyphase with advance representation and linear phase lifting factorizations[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2006, 54(6): 2022- 2034.
- [10] R K Bhattar, K R Ramakrishnan, K. S. Dasgupta. Strip based coding for large image using wavelets[J]. Signal Processing: Image Communication, 2002, 17(6): 441- 456.

作者简介:



张雄明 男, 1978 年 9 月生于湖北云梦, 现为国防科技大学 ATR 重点实验室博士生, 主要研究领域为滤波器组设计与实现, 资源受限的图像/视频压缩.

E-mail: slowweb@yahoo.com.cn



卢焕章 男, 1963 年 11 月出生于湖南桃源, 1988 年毕业于复旦大学物理系, 现为国防科技大学教授, 博士生导师, ATR 实验室副主任, 主要研究领域为图像处理与压缩, 模式识别及实时系统设计.